Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - BTSA GDEA (Génie Des Équipements Agricoles) - Session 2012

1. Rappel du contexte

Ce sujet d'examen porte sur des concepts statistiques appliqués à une étude avicole, incluant la loi de probabilité, l'espérance, l'écart type et les tests d'hypothèses. Les exercices sont centrés sur des variables aléatoires et leur interprétation dans un contexte pratique.

Correction des questions

EXERCICE 1

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. Justifier la réponse.

La variable aléatoire X représente le nombre d'œufs de catégorie A dans un échantillon de 70 œufs. Étant donné que chaque œuf a une probabilité de 0,8 d'être de catégorie A, X suit une loi binomiale.

Réponse : X ~ B(70, 0,8)

2. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation concrète.

L'espérance d'une variable binomiale est donnée par la formule E(X) = n * p.

Calcul : E(X) = 70 * 0,8 = 56.

Interprétation : En moyenne, dans un échantillon de 70 œufs, on peut s'attendre à ce que 56 œufs soient de catégorie A.

3. Calculer l'écart type de X.

L'écart type d'une variable binomiale est donné par la formule σ = √(n * p * (1 - p)).

Calcul : σ = √(70 * 0,8 * 0,2) = √(11,2) ≈ 3,34.

4. Calculer la probabilité que sur les 70 œufs prélevés, exactement 56 soient de catégorie A.

Utilisons la formule de la loi binomiale : P(X = k) = C(n, k) * p^k * (1 - p)^(n - k).

Calcul : P(X = 56) = C(70, 56) * (0,8)^56 * (0,2)^14.

Après calcul, P(X = 56) ≈ 0,167.

5. Calculer P(55 < X < 60).

Pour cela, on doit calculer P(X = 56), P(X = 57), P(X = 58) et P(X = 59) et les additionner.

Calculs : P(X = 56) + P(X = 57) + P(X = 58) + P(X = 59) ≈ 0,167 + 0,134 + 0,086 + 0,045 ≈ 0,432.

6. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier et préciser ses paramètres.

Pour n grand et p proche de 0,5, la loi binomiale peut être approximée par une loi normale. Ici, n = 70 et p = 0,8, ce qui permet l'approximation.

Les paramètres de la loi normale sont : μ = np = 56 et σ = √(11,2) ≈ 3,34.

7. En utilisant cette approximation, calculer :

a. La probabilité qu'au moins 60 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

P(X ≥ 60) = 1 - P(X < 60) = 1 - P(Z < (60 - 56) / 3,34) = 1 - P(Z < 1,20).

En utilisant la table de la loi normale, P(Z < 1,20) ≈ 0,8849, donc P(X ≥ 60) ≈ 0,1151.

b. La probabilité que moins de 50 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

P(X < 50) = P(Z < (50 - 56) / 3,34) = P(Z < -1,79).

En utilisant la table de la loi normale, P(Z < -1,79) ≈ 0,0367.

EXERCICE 2

1. Déterminer μ en sachant que 99 % des œufs ont un poids supérieur à 43,7 grammes.

Pour une loi normale, on cherche μ tel que P(X > 43,7) = 0,99. Cela signifie que P(X < 43,7) = 0,01.

En utilisant la table de la loi normale, on trouve que Z ≈ -2,33. Donc, -2,33 = (43,7 - μ) / 7.

Calcul : μ = 43,7 + 2,33 * 7 ≈ 60.

2. Calculer la probabilité que l'œuf prélevé soit du groupe M.

Pour le groupe M, on cherche P(53 ≤ X < 63).

P(53 ≤ X < 63) = P(Z < (63 - 60)/7) - P(Z < (53 - 60)/7) = P(Z < 0,43) - P(Z < -1).

En utilisant la table de la loi normale, on trouve P(Z < 0,43) ≈ 0,6664 et P(Z < -1) ≈ 0,1587.

Donc, P(53 ≤ X < 63) ≈ 0,6664 - 0,1587 ≈ 0,5077.

3. On extrait de la population, de façon aléatoire simple, les échantillons de 30 œufs.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X en précisant ses paramètres.

La moyenne de la masse des œufs suit une loi normale : X ~ N(μ, σ²/n) = N(60, 7²/30).

b. Déterminer le nombre a tel que P(μ - a < X < μ + a) = 0,95.

On cherche a tel que P(Z < a/σ) = 0,975 (car on prend 0,025 de chaque côté). On trouve Z ≈ 1,96.

Donc, a = 1,96 * (7/√30) ≈ 2,68.

EXERCICE 3

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la qualité gustative des œufs dépend du mode d'élevage des poules ?

On effectue un test du χ^2. On commence par établir le tableau de contingence puis on calcule les fréquences théoriques et le χ^2 observé.

Calcul du χ^2 : $\chi^2 = \Sigma((O - E)^2 / E)$, où O est l'observé et E est le théorique.

En utilisant les données, on obtient un χ^2 observé. Comparons-le avec la valeur critique de χ^2 à 3 degrés de liberté (k = 3) et un seuil de 0,05 (valeur critique ≈ 7,81).

Si χ^2 observé > 7,81, on rejette H0 et conclut que la qualité dépend du mode d'élevage.

2. Synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les choix de loi de probabilité.
- Oublier d'arrondir les résultats aux bonnes décimales.
- Ne pas interpréter les résultats de manière concrète.

Points de vigilance :

- Vérifiez les calculs de probabilités avec soin.
- Utilisez correctement les tables de la loi normale et du χ^2.
- Faites attention aux conditions d'application des lois statistiques.

Conseils pour l'épreuve :

- Restez organisé dans vos calculs et justifications.
- Revoyez les lois de probabilité et leurs propriétés.
- Entraînez-vous avec des exercices similaires pour gagner en confiance.

© FormaV EI. Tous droits réservés.
Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.