Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Traitement de données

Session 2019 • Code sujet : **2019-BTS103-NOR-ME-RE** • Durée : **180 minutes**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Masse des fromages Picodon au démoulage** (4 questions) — **Page 3**

2. **Évolution de la masse pendant le séchage et l'affinage** (6 questions) — **Page 5**

3. **Réussite des inséminations artificielles** (5 questions) — **Page 7**

4. **Loi conjointe des nombres de mâles et de femelles par portée** (4 questions) — **Page 9**

5. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagdea.fr/assets/annales/btsa-gdea/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2019/BTSA GDEA - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2019 - 1-Sujet.pdf

1. Masse des fromages Picodon au démoulage

Un producteur étudie la qualité commerciale de sa production quotidienne de Picodons, dont la masse au démoulage suit une loi normale. Les questions portent sur l'estimation de ses paramètres, l'intervalle de confiance, la taille d'échantillon et la proportion de fromages dépassant un seuil.

Échantillon de 101 fromages

Question 1.a. À partir d'un échantillon de 101 fromages dont la masse moyenne est de 136,8 g et l'écart-type de 4,05 g, donner une estimation ponctuelle des paramètres μ et σ.

Les statistiques de l'échantillon servent d'estimations ponctuelles des paramètres de la population : la moyenne observée estime μ, et l'écart-type observé estime σ.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Estimations ponctuelles : $\widehat{\mu} = 136{,}8$ g et $\widehat{\sigma} = 4{,}05$ g.

Question 1.b. À partir des données de l'échantillon, déterminer un intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95.

1. La variance étant inconnue, on utilise la loi de Student à $101 - 1 = 100$ degrés de liberté. Pour un intervalle bilatéral à 95 %, la table donne $t_{0{,}975} \approx 1{,}98$.
2. La marge d'erreur vaut $1{,}98 \times 4{,}05/\sqrt{101} \approx 0{,}798$ g. On ajoute et on retranche cette marge à la moyenne observée de 136,8 g.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $IC_{0{,}95}(\mu) = [136{,}002\ ;\ 137{,}598]$ g.

Question 2. En admettant que σ = 4, déterminer la taille minimale de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance de μ au niveau 0,95 ait une amplitude inférieure à 1 g.

Avec $\sigma = 4$, l'amplitude de l'intervalle à 95 % est $2 \times 1{,}96 \times 4/\sqrt{n}$. L'inégalité imposant une amplitude strictement inférieure à 1 donne $n > 245{,}8624$. L'effectif minimal est donc 246. Vérification : l'amplitude est inférieure à 1 pour 246, mais supérieure à 1 pour 245.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Taille minimale de l'échantillon : 246 fromages.

Question 3. En admettant que μ = 137 et σ = 4, déterminer la proportion de Picodons dont la masse au démoulage est supérieure à 130 g, seuil indiqué pour être classé en catégorie A.

On standardise le seuil de 130 g, puis on exploite la symétrie de la loi normale centrée réduite :

- $(130 - 137)/4 = -1{,}75$.
- $P(X > 130) = P(Z > -1{,}75) = P(Z < 1{,}75)$.
- La table donne $P(Z < 1{,}75) = 0{,}9599$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Proportion susceptible d'être classée en catégorie A : $0{,}9599$, soit $95{,}99\ \%$.

2. Évolution de la masse pendant le séchage et l'affinage

Un Picodon perd environ 45 % de sa masse initiale pendant au moins 14 jours de séchage et d'affinage. À partir des mesures de masse moyenne d'un lot relevées tous les deux jours, le producteur compare des ajustements et estime la masse au 18e jour.

Question 1. Un fromage pèse 140 g au moment du démoulage. Quelle sera approximativement sa masse à la fin de l'affinage, sachant qu'il perd environ 45 % de sa masse initiale ?

La perte est de 45 % de la masse initiale, donc le fromage conserve 55 % de ses 140 g. On calcule sa masse finale par multiplication : $140 \times (1 - 0,45) = 140 \times 0,55 = 77$. La masse est approximative, car le sujet indique que la perte est d'environ 45 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Masse après affinage : environ 77 g.

Question 2. À partir du tableau des masses moyennes mesurées de 0 à 14 jours et du nuage de points accompagné de sa droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés, dire si le modèle affine semble adapté et argumenter la réponse.

Le modèle affine semble peu adapté. Le nuage de points du graphique n'a pas une forme rectiligne : la masse diminue fortement au début, puis la baisse ralentit nettement. Les écarts entre les points et la droite d'ajustement suivent cette tendance, plutôt que de se répartir régulièrement autour de la droite. Ainsi, la droite résume la baisse globale, mais décrit mal son évolution au fil des jours.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : la baisse est rapide au début puis ralentit, ce qui donne au nuage une forme courbe.

Choix du modèle

Question 3.a. Pour les changements de variables $y_i = \ln(m_i - 77)$ et $z_i = 1/(m_i - 77)$, choisir entre le modèle A, ajustement affine de Y en fonction de T, et le modèle B, ajustement affine de Z en fonction de T. Justifier le choix.

On compare la qualité de l'ajustement affine pour chaque variable transformée : plus le coefficient de corrélation est proche de -1 ou de 1, plus les points sont alignés.

Modèle	Variable ajustée	Coefficient de corrélation
A	$Y = \ln(M - 77)$	$-0,997$
B	$Z = 1/(M - 77)$	$0,911$

Le coefficient du modèle A est le plus proche de -1 : les valeurs de Y sont donc davantage alignées. Le modèle A est retenu.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le modèle A est le plus adapté : son coefficient de corrélation est environ $-0,997$.

Modèle retenu

Question 3.b. Pour le modèle choisi, déterminer une équation de la droite de régression correspondante.

Pour le modèle A, on effectue la régression de $y_i = \ln(m_i - 77)$ en fonction des temps t_i. La pente vaut environ $-0,21337$ et l'ordonnée à l'origine environ $4,13591$. En arrondissant les coefficients au millième, l'équation est $y = -0,213t + 4,136$. Elle modélise la variable transformée Y, et non directement la masse M.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Droite de régression : $y = -0,213t + 4,136$.

Estimation au 18e jour

Question 3.c. À partir de l'équation de régression du modèle retenu, estimer la masse d'un fromage après 18 jours.

1. À $t = 18$, la droite de régression donne $y = -0,213370 \times 18 + 4,135910 \approx 0,29525$.
2. Comme $y = \ln(m - 77)$, on revient à la masse par $m = 77 + e^{y}$. Ainsi, $m \approx 77 + e^{0,29525} \approx 78,343$ g.

Cette valeur est une estimation issue du modèle A, extrapolée quatre jours au-delà des mesures disponibles.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Masse estimée au 18e jour : environ 78,343 g.

Perte de masse

Question 3.d. Estimer, en pourcentage, la perte de masse entre le 14e et le 18e jour.

Au 14e jour, la masse moyenne mesurée dans le tableau est de 80 g. Au 18e jour, le modèle estime une masse de 78,343 g. La perte relative entre ces deux dates se calcule par rapport à la masse du 14e jour : $\frac{80 - 78,343}{80} \times 100 \approx 2,071$. Cette estimation utilise donc la valeur observée au 14e jour et la valeur prédite au 18e jour.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Perte estimée entre le 14e et le 18e jour : environ 2,071 %.

3. Réussite des inséminations artificielles

Un éleveur fait inséminer ses chèvres pour regrouper les mises-bas, et l'organisme annonce un taux de réussite de 80 %, avec des issues indépendantes. L'exercice étudie les probabilités sur 10 chèvres, puis l'approximation normale et la conformité du taux observé sur 120 chèvres.

Échantillon de 10 chèvres

Question 1.a. Sur un échantillon aléatoire simple de 10 chèvres inséminées, déterminer la probabilité que 8 inséminations réussissent.

Le nombre de réussites parmi 10 inséminations indépendantes suit une loi binomiale de paramètres 10 et 0,8. Obtenir exactement 8 réussites signifie aussi obtenir 2 échecs. On applique donc la formule binomiale : on choisit les 8 réussites parmi les 10 chèvres, puis on multiplie par les probabilités correspondantes, soit $\binom{10}{8} \times 0,8^8 \times 0,2^2$. Le calcul donne environ 0,302.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 8) \approx 0,302$

Question 1.b. Sur un échantillon aléatoire simple de 10 chèvres inséminées, déterminer la probabilité qu'au moins une insémination échoue.

Pour calculer la probabilité qu'au moins une insémination échoue, on utilise l'événement contraire : les 10 inséminations réussissent. Par indépendance, la probabilité de cette réussite simultanée est $0,8^{10}$. On soustrait alors cette probabilité à 1. Ce calcul prend en compte tous les cas comportant un ou plusieurs échecs, sans avoir à les dénombrer séparément.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'au moins une insémination échoue est $0,893$.

Échantillon de 120 chèvres

Question 2.a. Justifier que la loi de probabilité de la variable F, proportion d'inséminations réussies dans un échantillon aléatoire simple de 120 chèvres, peut être approchée par une loi normale de moyenne 0,8 et d'écart-type 0,037.

La proportion de réussites sur 120 chèvres a pour moyenne $p = 0,8$ et pour écart-type $\sqrt{p(1-p)/120}$. Ici, cet écart-type vaut $\sqrt{0,8 \times 0,2/120} \approx 0,037$. De plus, $120 \times 0,8 = 96$ et $120 \times 0,2 = 24$ sont tous deux supérieurs à 5. Les conditions d'approximation normale sont donc réunies.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> F suit approximativement une loi normale de moyenne $0,8$ et d'écart-type $0,037$.

Seuil de conformité

Question 2.b. Le taux de réussite est dit conforme s'il est supérieur à une valeur p_0 telle que $P(F > p_0) = 0,95$. Déterminer p_0.

La condition $P(F > p_0) = 0,95$ équivaut à $P(F \leq p_0) = 0,05$. Pour la loi normale centrée réduite, le quantile de probabilité 0,05 est environ $-1,645$. En utilisant la moyenne 0,8 et l'écart-type 0,037 de l'approximation, on obtient $p_0 = 0,8 - 1,645 \times 0,037$. Le seuil est donc d'environ 0,739.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $p_0 \approx 0,739$

Résultat du troupeau

Question 2.c. Sur un troupeau de 120 chèvres, 90 inséminations réussissent. Peut-on considérer que le taux de réussite des inséminations de ce troupeau est conforme ?

Le taux observé dans le troupeau vaut $90/120 = 0,75$, soit 75 %. Le critère de conformité est que le taux soit supérieur au seuil p_0 déterminé à la question précédente, environ 0,739. Comme $0,75 > 0,739$, le taux observé dépasse ce seuil. On peut donc considérer que le taux de réussite de ce troupeau est conforme selon le critère donné.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le taux observé de 0,75 est conforme, car il dépasse $p_0 \approx 0,739$.

4. Loi conjointe des nombres de mâles et de femelles par portée

Un éleveur a consigné pendant plusieurs années le nombre de mâles et de femelles dans les portées de ses chèvres. Un tableau partiel donne la loi conjointe des variables aléatoires X et Y, nombres de mâles et de femelles d'une portée prise au hasard.

Question 1. À partir du tableau de la loi conjointe de (X, Y), justifier que P((X = 1) ∩ (Y = 2)) = 0,02.

La somme des probabilités de la loi conjointe vaut 1. La seule case inconnue est celle de $(X = 1, Y = 2)$. La somme des autres cases est $0,98$, donc $P((X = 1) \cap (Y = 2)) = 1 - 0,98 = 0,02$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P((X = 1) \cap (Y = 2)) = 0,02$.

Question 2. Déterminer la loi de probabilité de Y, puis en déduire son espérance et interpréter le résultat.

y	0	1	2	3
$P(Y = y)$	0,44	0,36	0,16	0,04

On obtient chaque probabilité en additionnant les cases de la colonne correspondante. Ainsi, $E(Y) = 0 \times 0,44 + 1 \times 0,36 + 2 \times 0,16 + 3 \times 0,04 = 0,8$. Une portée compte en moyenne 0,8 femelle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Loi de Y : $0 : 0,44;\ 1 : 0,36;\ 2 : 0,16;\ 3 : 0,04$. $E(Y) = 0,8$ femelle par portée.

Question 3. À l'aide du tableau de la loi conjointe, justifier que les variables aléatoires X et Y ne sont pas indépendantes.

Il suffit de tester une paire de valeurs. Le tableau donne $P(X = 0, Y = 0) = 0$, alors que les probabilités marginales sont $P(X = 0) = 0,43$ et $P(Y = 0) = 0,44$.

- Si X et Y étaient indépendantes, on aurait $P(X = 0, Y = 0) = P(X = 0)P(Y = 0) = 0,43 \times 0,44 = 0,1892$.
- Cette valeur n'est pas égale à 0 : les variables ne sont donc pas indépendantes.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0, Y = 0) = 0 \neq P(X = 0)P(Y = 0) = 0,1892$: X et Y ne sont pas indépendantes.

Question 4. Déterminer la probabilité que la portée soit composée de jumeaux.

Une portée de jumeaux comporte deux chevreaux au total. Les cas possibles sont deux mâles et aucune femelle $(X = 2, Y = 0)$, un mâle et une femelle $(X = 1, Y = 1)$, ou deux femelles $(X = 0, Y = 2)$. Les probabilités correspondantes se lisent dans le tableau et s'additionnent : $0,16 + 0,10 + 0,14 = 0,40$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité d'une portée de jumeaux est $0,40$, soit 40 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2019)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de traitement de données du BTSA, session 2019, porte le code 2019-BTS103-NOR-ME-RE et dure 180 minutes; aucun coefficient n'est indiqué. À partir de situations de production du Picodon et d'élevage caprin, elle évalue l'estimation statistique, les lois de probabilité, les ajustements de régression, les probabilités conjointes et l'interprétation de résultats.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une variable normale, standardiser une valeur x avec $u = (x - \mu)/\sigma$ afin d'utiliser la fonction de répartition.
- La demi-largeur d'un intervalle de confiance de moyenne est proportionnelle à $\sigma/\sqrt{n}$; augmenter n réduit l'amplitude.
- Pour n essais indépendants de probabilité de réussite p, le nombre de réussites suit une loi binomiale B(n,p).
- Dans une loi conjointe, les probabilités marginales s'obtiennent en additionnant les probabilités des cases d'une ligne ou d'une colonne.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer la moyenne et l'écart-type observés des paramètres théoriques μ et σ.
- Pour une probabilité de queue, vérifier si la table donne $P(U \leq u)$ ou s'il faut calculer la probabilité complémentaire.
- Examiner le nuage de points avant de retenir un modèle affine et justifier le choix du modèle après transformation.
- Pour tester l'indépendance, comparer une probabilité conjointe au produit des probabilités marginales.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la table de la loi normale pour une masse supérieure à un seuil ?

Standardisez le seuil avec $u = (\text{seuil} - \mu)/\sigma$. La table de l'annexe donne $P(U \leq u)$. Pour calculer la probabilité d'une masse supérieure au seuil, utilisez la probabilité complémentaire $1 - P(U \leq u)$.

Q : Comment décider si le modèle affine convient aux masses mesurées ?

Observez la forme du nuage de points et les écarts des points à la droite. Une courbure ou des écarts systématiques indiquent que le modèle affine décrit mal l'évolution et qu'une transformation peut être utile.

Q : Comment organiser le temps et les points de cette épreuve ?

L'épreuve dure 180 minutes et les quatre exercices valent 5, 6, 5 et 4 points, soit 20 points au total. Une répartition proportionnelle donne environ 45, 54, 45 et 36 minutes, en prévoyant du temps pour vérifier.

Q : Quels éléments présenter pour justifier une réponse statistique ?

Indiquez le modèle ou la formule utilisé, remplacez les paramètres par les données du sujet et expliquez les étapes essentielles. Concluez dans le contexte et arrondissez les résultats à 10^{-3} près si nécessaire.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagdea.fr/assets/annales/btsa-gdea/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2019/BTSA GDEA - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2019 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Génie Des Équipements Agricoles : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.